

Električna mjerenja

(pomoćni materijal za predavanja)

Univerzitet Crne Gore
Elektrotehnički fakultet

Sadržaj predmeta

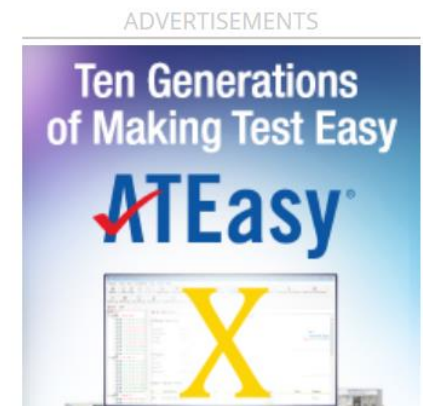
- I NEDJELJA Uvod u mjerenja
- II NEDJELJA Teorija gresaka mjerenja, vrste gresaka pri mjerenju, apsolutna, relativna, srednja kvadratna
- III NEDJELJA Slučajne promjenljive, srednja vrijednost mjerenja, standardna devijacija, funkcija gustine raspodjele, procjena parametara raspodjele rezultata mjerenja
- IV NEDJELJA Mjerna nesigurnost tipa A i B.
- V NEDJELJA Obrada rezultata mjerenja. Primjena teorije matematičke statistike kod analize rezultata mjerenja.
- VI NEDJELJA Analog. i digit. mj. instrumenti. Digitalizacija, diskretizacija, greske kvantiz., A/D Konvertor
- **VII NEDJELJA Prvi kolokvijum**
- VIII NEDJELJA Mjerenje jednosmjernog napona i struje. Mjerenje otpora i snage u kolima jednosmjerne struje
- IX NEDJELJA Električni mjerni instrumenti za mj. naizmj. napona i struje. Mjerenje el. snage u kolima naizmj. struje.
- X NEDJELJA Mjerenje el. en. u jednofaznim i trofaznim sistemima. Posebne izvedbe električnih brojila. Digitalna brojila.
- XI NEDJELJA Mjerne metode za mjerenje otpora, induktiviteta, medjuinduktiviteta i kapaciteta.
- XII NEDJELJA Mjerni kompenzatori jednosmjerne i naizmjenične struje. Kalibratori.
- **XIII NEDJELJA Drugi kolokvijum**
- XIV NEDJELJA Primjena racunara u mjerenjima signala: akvizicija signala, obrada signala, Virtuelni instrumenti i programska okruženja posebne namjene (Matlab, Labview itd)
- XV NEDJELJA Mjerenje i analiza biomedicinskih podataka (EKG signali). Rad na instrumentu

LITERATURA

- V. Bego, Mjerenja u elektrotehnici, Tehnička knjiga, Zagreb, 1979
- N. Miljković, Metode i instrumentacija za električna merenja, Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet, 2016
- P. Krčum, Električna mjerenja, Sveučilište u Splitu, 2012
- R. Dragović-Ivanović, Električna mjerenja, Zbirka riješenih zadataka, Univerzitet Crne Gore, 1997
- Predavanja iz predmeta Metrologija električnih veličina, Niš, 2014
- Rico A. R. Picone, Measurement: an introduction, Saint Martin's University, 2017
- John P. Bentley, Principles of Measurement Systems, Pearson Education Limited 1983, 2005

Pojam mjerenja

- Mjerenje predstavlja postupak kojim se eksperimentalno utvrđuju vrijednosti određenog signala, veličine, pojave i slično, i neizostavan su postupak prilikom provjere i potvrde teorijskih koncepata u nauci i tehnici.
- Druga definicija: proces poređenja vrijednosti fizičke veličine sa veličinom uzetom za jedinicu mere.
- Tačnost i pouzdanost mjerenja, kao i pouzdanost mjerne metode-postupka su od izuzetnog značaja za donošenje pravilnih zaključaka i dokazivanje teorija.
- Rezultat mjerenja je zapravo samo procjena stvarne vrijednosti neke veličine (ova procjena može da bude manje ili više tačna odnosno precizna), pa je za potpunost informacije o tačnosti mjerenja neophodno znati i tzv. mjernu nesigurnost.



IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT

A PUBLICATION OF THE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT SOCIETY

Scope of the IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement

Papers are sought that address innovative solutions to the development and use of electrical and electronic instruments and equipment to measure, monitor and/or record physical phenomena for the purpose of advancing measurement science, methods, functionality and applications. The scope of these papers may encompass: (1) theory, methodology, and practice of measurement; (2) design, development and evaluation of instrumentation and measurement systems and components used in generating, acquiring, conditioning and processing signals; (3) analysis, representation, display, and preservation of the information obtained from a set of measurements; and (4) scientific and technical support to establishment and maintenance of technical standards in the field of Instrumentation and Measurement.

Mjerenja

- Mjerne metode: direktne ili indirektne
- Mjerne procedure: postupak ili algoritam kojim se opisuju koraci za procjenu vrijednosti nekog signala ili neke veličine
- Sistem veličina jeste skup veličina koje su međusobno povezane definisanim relacijama.
 - **Osnovna veličina** je odabrana i konvencionalno prihvaćena veličina iz sistema veličina, koja je funkcionalno nezavisna od bilo koje druge veličine u tom sistemu veličina.
 - **Izvedena veličina** je definisana u sistemu veličina kao jedna od fizičkih veličina koja je u funkcionalnoj zavisnosti od osnovnih veličina tog sistema.

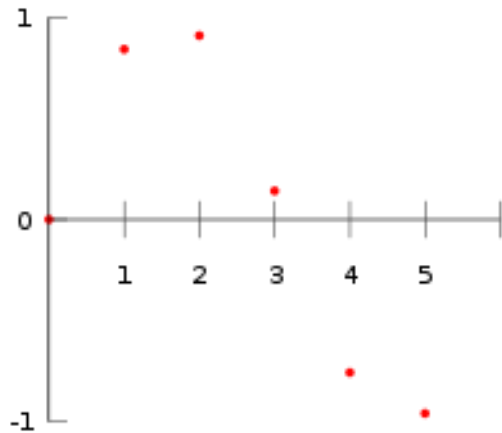
Mjerenja - metode

- Mjerne metode predstavljaju načine za utvrđivanje vrijednosti mjerene veličine. Metodom direktnog mjerenja određena veličina se dobija direktno, za razliku od indirektnog mjerenja gdje se koristi funkcionalna zavisnost od drugih veličina koje su poznate ili se mjere.
- **metoda komparacije:** zamjena nepoznate vrijednosti mjerene veličine sa poznatom korišćenjem mjernog instrumenta (mjerenje mase vagom)
- **diferencijalna metoda:** mjerenje razlike dobijene poređenjem između nepoznate i poznate vrijednosti, ukoliko je ta razlika dovoljno mala (mjerenje napona pomoću diferencijalnog voltmetra)
- **nulta metoda:** isto kao diferencijalna, pri čemu se tokom mjerenja razlika između poznate i nepoznate veličine svodi na 0 (mjerenje struja i napona pomoću komparatora, mjerenje otpora pomoću Vistonovog mosta,...)

Mjerenja - metode

- **metoda koincidencije:** tip diferencijalne metode kod koje se razlika između nepoznate i poznate vrijednosti mjerene veličine određuje posmatranjem koincidencije-podudarnosti (generisanje signala odluke ili alarma u sistemima automatskog upravljanja, kada se vrijednost mjerene veličine podudara sa unaprijed definisanom graničnom vrijednošću)
- **metoda interpolacije:** računsko određivanje vrijednosti mjerene veličine unutar nekog intervala u kom su poznate neke druge njene vrijednosti (potrebno je poznavati zakonitost koja povezuje te vrijednosti unutar posmatranog intervala)
- **metoda ekstrapolacije:** računsko određivanje vrijednosti mjerene veličine izvan nekog intervala u kojem su poznate vrijednosti, pri čemu je potrebno poznavati zakonitost koja povezuje te vrijednosti

Mjerenja – primjeri interpolacije

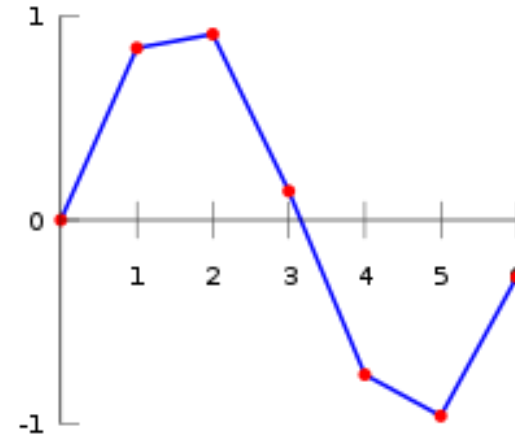


Linearna interpolacija



$$y = y_a + \frac{(x - x_a)(y_b - y_a)}{(x_b - x_a)} \text{ u tački } (x,y).$$

$f(2) = 0,9093$ i $f(3) = 0,1411$, iz čega dobijamo vrijednost $0,5252$.

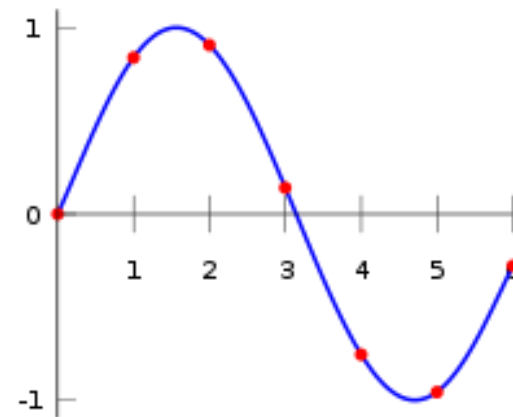


$$f(x) = -0.0001521x^6 - 0.003130x^5 + 0.07321x^4 - 0.3577x^3 + 0.2255x^2 + 0.9038x.$$

Interpolacija polinomom

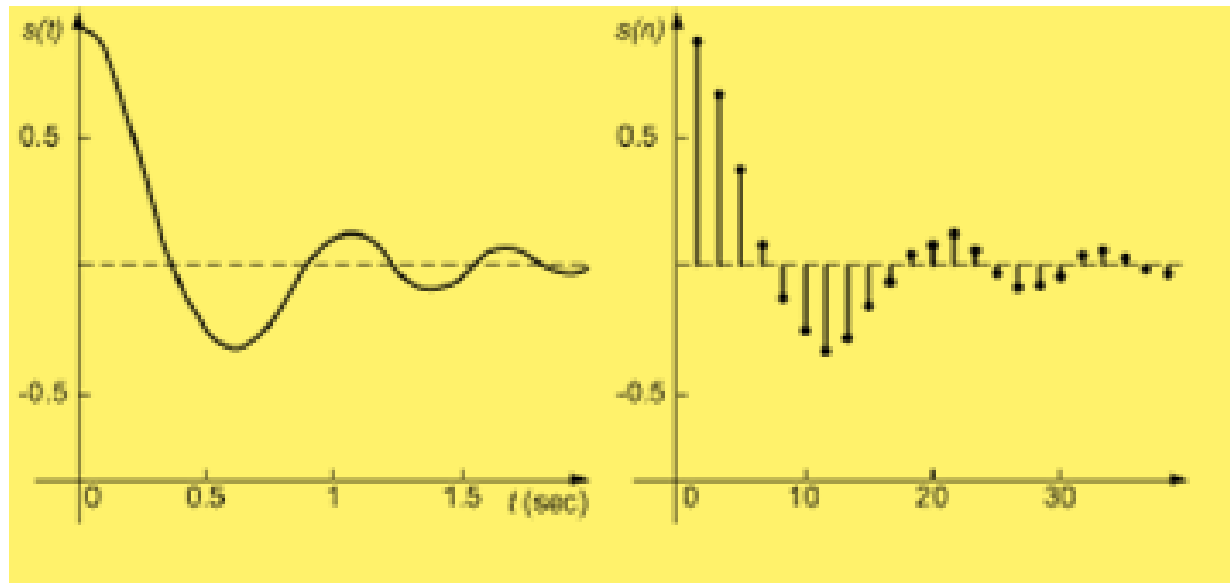


Zamjenom $x = 2,5$, dobijamo da je $f(2,5) = 0,5965$.



Mjerenja – analogne (kontinualne) i digitalne (diskretne) veličine

- Prema načinu registrovanja mjerene veličine odnosno pojave možemo razlikovati:
 - Analogne mjerne metode kod kojih se koristi princip otklona kazaljke
 - Digitalne mjerne metode kod kojih se koristi princip odbrojavanja



Analogni i diskretni signal

Osnovne i izvedene jedinice

Osnovne mjerene veličine i njihove osnovne jedinice su:

- Dužina (izražava se u metrima, oznaka m),
- Masa (izražava se u kilogramima, oznaka kg),
- Vrijeme (izražava se u sekundama, oznaka s),
- Električna struja (izražava se u Amperima, oznaka A),
- Temperatura (izražava se u Kelvinima, oznaka K),
- Jačina svetlosti (izražava se u kandelama, oznaka cd)
- Količina materije (izražava se u molima, oznaka mol).

- Izvedene jedinice

- Električni napon – V – $m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
- Električna otpornost – Ω – $m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
- Električna kapacitivnost – F – $m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
- Induktivnost – H – $m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
- Frekvencija – Hz – s^{-1}
- Snaga – W – $m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

ZADATAK: Primjenom dimenzionih jednačina, prikazati u koherentnom sistemu jedinica izvedene jedinice za električnu otpornost $[\Omega]$ i električni napon [V].

$$A = Fl = m l^2 t^{-2} = Pt = RI^2 t \quad \longrightarrow \quad m l^2 t^{-2} = RI^2 t \quad \longrightarrow \quad R = m l^2 t^{-3} I^{-2} \quad \longrightarrow \quad [\Omega] = [kg][m^2][s^{-3}][A^{-2}]$$

Kako je $V = RI$, odavde slijedi $[V] = [\Omega][A] = [kg][m^2][s^{-3}][A^{-1}]$

DEFINICIJE OSNOVNIH JEDINICA SI:

Dužina:

- Jedinica za dužinu je metar. Metar je dužina puta koju svjetlost u vakuumu pređe za vrijeme jednog 299 792 458-og dijela sekunde. Nesigurnost je reda veličine $1 \cdot 10^{-9}$.
- Etalon 1m - Laserski interferometar iz 1983.

Masa:

- Jedinica za masu je kilogram. Kilogram je masa međunarodnog etalona kilograma koji je izrađen od legure platina-iridijum, a koji se čuva u Međunarodnom birou za mjere i tegove - BIPM u Sevru (Sevresu) kraj Pariza. Nesigurnost određivanja kilograma na ovaj način je reda $1 \cdot 10^{-8}$.

Vrijeme:

- Jedinica za vrijeme je sekunda. Sekunda je trajanje 9 192 631 770 perioda zračenja koje odgovara prelazu između dva nivoa osnovnog stanja atoma cezijuma 133, što predstavlja vrhunsku metrološku nesigurnost jedne fizičke veličine. Nesigurnost je reda veličine $1 \cdot 10^{-14}$.

Etaloni: Cezijumski atomski časovnici (frekvencija cezijumskog oscilatora je 9 192 631 770 Hz)

DEFINICIJE OSNOVNIH JEDINICA SI:

- **Jačina električne struje:**

Jedinica jačine električne struje je amper. Amper je jačina stalne električne struje koja protičući kroz dva ravna, paralelna, beskonačno dugačka provodnika, zanemarljivo malog kružnog presjeka, koji su u vakuumu razmaknuti jedan metar, stvara između njih silu od $2 \cdot 10^{-7}$ Njutna po metru.

Ovakvom definicijom Ampera uspostavljena je veza između mehaničkih i električnih veličina.

Definicija Ampera zasniva se na uspostavljanju veze između mehaničke sile F i jačine električne struje I , posredstvom magnetne propustljivosti μ_0 i dielektrične konstante ϵ_0 . Definicija ampera je čisto teorijska i njena vrijednost se može reprodukovati jedino eksperimentalno i takav etalon nije prenosiv.

Realizacija: Strujna vaga

- Zvanična definicija ampera od 20. maja 2019. godine glasi:
- **Amper je SI jedinica električne struje. Definiše se kao fiksna numerička vrijednost elementarnog naelektrisanja e koja iznosi $1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ kada je izražena u jedinici C, što je jednako As , pri čemu se sekunda definiše preko $\Delta\nu Cs$.**

DEFINICIJE OSNOVNIH JEDINICA SI:

Termodinamička temperatura:

- Jedinica termodinamičke temperature je kelvin. Kelvin je termodinamička temperatura koja je jednaka 273.16-i dio termodinamičke temperature trojne tačke vode. Nesigurnost mjerenja: 10^{-7}

Jačina svjetlosti:

- Jedinica jačine svjetlosti je kandela. Kandela je jačina svjetlosti, u određenom smjeru, izvora koji emituje monohromatsko zračenje frekvencije 540×10^{-12} herca i kojem je energetska jačina u tom smjeru $1/683$ vata po steradianu. Nesigurnost mjerenja 10^{-4}

Količina materije:

- Jedinica za količinu materije je mol. Mol je količina materije koja sadrži toliki broj elementarnih jedinki koliko ima atoma u 12 grama ugljenika ^{12}C . Nesigurnost mjerenja reda 10^{-9}

Nove definicije od 20 maja 2019 godine

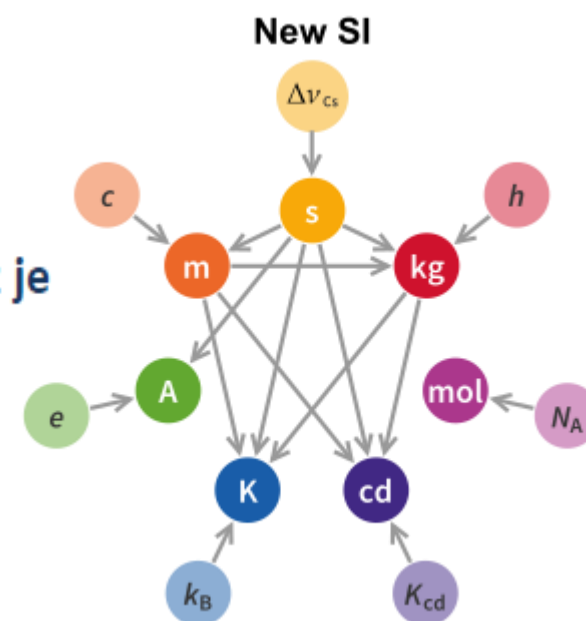
U revidiranom SI, četiri osnovne jedinice: kilogram, amper, kelvin i mol, su redefinisane i izražene na način da se ostvari njihova direktna veza sa numeričkim vrijednostima sljedećih prirodnih konstanti:

- Plankove konstante (h),
 - Elementarnog naelektrisanja (e),
 - Bolcmanove konstante (k) i
 - Avogadrove konstante (N_A), respektivno.
- Kilogram je redefinisana na osnovu Plankove konstante (h), amper na osnovu elementarnog naelektrisanja (e), kelvin na osnovu Bolcmanove konstante (k) i mol na osnovu Avogadrove konstante (N_A).
 - Ostale osnovne jedinice već su definisane i izražene matematičkim formulama kojima je uspostavljena direktna veza ovih jedinica sa prirodnim konstantama.
 - Na taj način će definicije svih sedam osnovnih SI jedinica biti uniformno izražene. Tako definisane osnovne jedinice imaju praktičnu realizaciju.
 - Rezultat će biti jednostavnija definicija čitavog SI sistema

Nove definicije od 20 maja 2019 godine

- Frekvencija prelaza između dva neperturbovana hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma Cezijuma $133 \Delta\nu_{Cs}$ od 9 192 631 770 Hz (herc)
- Brzina svetlosti u vakuumu c je 299 792 458 m/s (metar u sekundi)
- Plankova konstanta h je $6,626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J x s (džul sekund)
- Elementarno naelektrisanje e je $1,602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C (kulon)
- Bolcmanova konstanta k je $1,380\,649 \times 10^{-23}$ J/K (džul po kelvinu)
- Avogadrova konstanta N_A je $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ /mol (po molu)
- Svetlosna efikasnost K_{cd} monohromatskog zračenja frekvencije 540×10^{12} Hz je 683 lm/W (lumen po vatu)

$$1 \text{ s} = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu_{Cs}} \quad 1 \text{ mol} = \frac{6.022\,140\,76 \times 10^{23}}{N_A}$$



SEKUND

- Definiše se uzimajući fiksnu broječanu vrijednost cezijum frekvencije $\Delta\nu_{\text{Cs}}$, koja predstavlja frekvenciju prelaznu između dva nepertubovana hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma Cezijuma 133, koja iznosi 9192631770 Hz, gdje je Hz jednak s^{-1}

$$1 \text{ s} = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}.$$

METAR

- Definiše se uzimajući fiksnu broječanu vrednost brzine svetlosti u vakuumu $c = 299.792.458$ izraženu u jedinici $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, gdje je sekund definisan u zavisnosti od frekvencije atoma Cezija $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.
- Metar** se može izraziti direktno u smislu definisanih konstanti: $1 \text{ m} = \frac{9\,192\,631\,770}{299\,792\,458} \frac{c}{\Delta\nu_{\text{Cs}}}.$

MOL

- Jedan mol sadrži tačno $6.02214076 \times 10^{23}$ elementarnih čestica. Ovaj broj je fiksna broječna vrednost konstante Avogadro, N_A , kada se izražava u jedinici mol^{-1} i naziva se Avogadrov broj:

$$1 \text{ mol} = \frac{6.022\,140\,76 \times 10^{23}}{N_A}.$$

KANDELA

Definiše se uzimajući fiksnu brojčanu vrijednost svjetlosne efikasnosti monohromatskog zračenja frekvencije 540×10^{12} Hz, Kcd, koja iznosi 683 kada je izražena u jedinici $\text{lm} \cdot \text{V}^{-1}$, što je jednako $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{V}^{-1}$ ili $\text{cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$, gdje su kilogram, metar i sekunda definisani u zavisnosti od h , c i $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

KILOGRAM

Definiše se uzimajući fiksnu brojčanu vrijednost Plankove konstante $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$ J·s, što je jednako $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, gdje su metar i sekund definisani u zavisnosti od c i $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

$$1 \text{ kg} = \frac{(299\,792\,458)^2}{(6.626\,070\,15 \times 10^{-34})(9\,192\,631\,770)} \frac{h \Delta\nu_{\text{Cs}}}{c^2}.$$

AMPER

- Definiše se uzimajući fiksnu brojčanu vrijednost elementarnog naelektrisanja $e = 1.602176634 \times 10^{-19}$ C, što je jednako A·s, a gde je sekund definisan u zavisnosti od frekvencije atoma Cezija $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

$$1 \text{ A} = \frac{e \Delta\nu_{\text{Cs}}}{(1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19})(9\ 192\ 631\ 770)}.$$

KELVIN

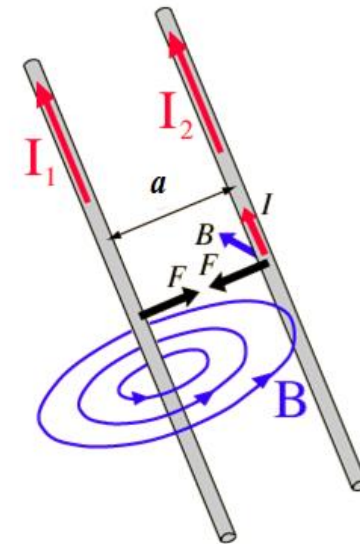
Definiše se uzimajući fiksnu brojčanu vrijednost Boltzmannove konstante $k = 1.380649 \times 10^{-23}$ J·K⁻¹, što je jednako kg·m²·s⁻²·K⁻¹, gde su kilogram, metar i sekunda su definisani u zavisnosti od h, c i $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

$$1 \text{ K} = \frac{1.380\ 649 \times 10^{-23}}{(6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34})(9\ 192\ 631\ 770)} \frac{h \Delta\nu_{\text{Cs}}}{k}.$$

Realizacija osnovnih jedinica -Amper

- Određivanje jačine električne struje svodi se na mjerenje mehaničke sile F koja se javlja između dva paralelna beskonačno duga provodnika, kroz koje protiče struja od $I_1=I_2=1\text{A}$, zanemarljivog poprečnog preseka i na konstantnom rastojanju od $l=1\text{ m}$.

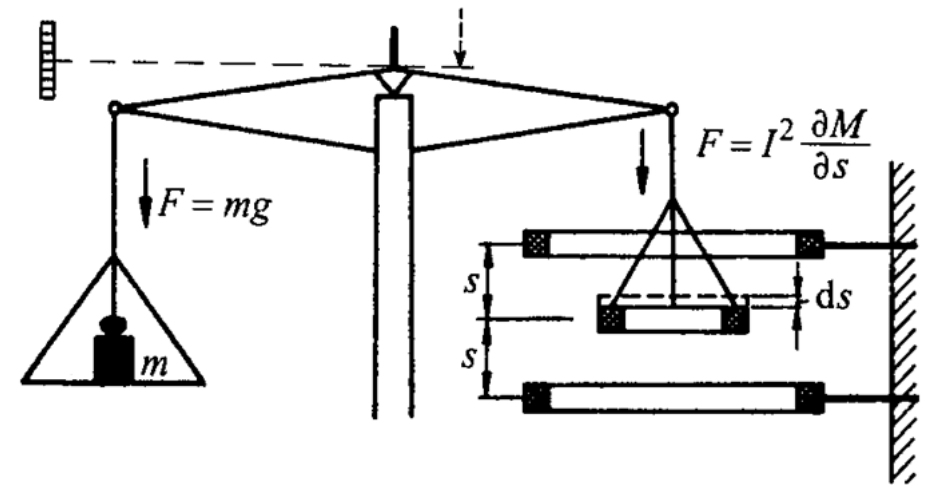
$$\frac{|\vec{F}|}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 \cdot I_2}{a} \quad \longrightarrow \quad \frac{|\vec{F}|}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Nm}^{-1}$$



- U realnom fizičkom okruženju ovi uslovi (provodnik beskonačne dužine i zanemarljivog poprečnog presjeka) ne mogu biti ostvareni. Zato se primjenjuje postupak za mjerenje ove sile između kalemova određene konstrukcije primjenom tzv. strujnih vaga. Najpoznatija je Rayleigheva strujna vaga, koja se koristi u američkom Nacionalnom birou za standarde (NBS – National Bureau of Standards).

Rayleigh-eva strujna vaga

- Za vagu su pričvršćena dva paralelna kalem induktivnosti (L_1 i L_2), a između njih je za jedan krak vage obješen pokretni kalem induktivnosti L_3 .
- U cilju povećanja osjetljivosti vage, kalemovi su međusobno povezani, tako da kada gornji kalem privlači pokretni kalem, onda ga donji kalem odbija i obrnuto.
- Drugi krak vage uravnotežava se tegom mase m .
- Prije nego što se propusti struja kroz kalemove podesi se stanje ravnoteže vage, koje se kontroliše položajem pokazivača na nultu vrijednost graduisane skale.



Kada se kroz kalemove propusti struja, dolazi do pojave sile koja pomjera pokretni kalem, tako da vaga izlazi iz ravnotežnog položaja. Energija magnetnog polja kalemova može se izračunati na sljedeći način:

$$W = \frac{1}{2} I^2 (L_1 + L_2 + L_3) + I^2 (M_{12} + M_{13} + M_{23}) = \frac{1}{2} L I^2 + M I^2$$

Rayleigh-eva strujna vaga

- Sila F koja je potrebna za vraćanje u ravnotežno stanje jednaka je promjeni energije W sistema pri promeni položaja pokretnog kalema, odnosno:

$$F = \frac{\partial W}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\underbrace{\frac{1}{2} LI^2}_0 \right) + \frac{\partial}{\partial s} (MI^2) = I^2 \frac{\partial M}{\partial s}$$

- Primijetimo da se usljed promjene položaja pokretnog kalema mijenjaju samo međusobne induktivnosti (ne i sopstvene).
- Vrijednost za $\frac{\partial M}{\partial s}$ određuje se računskim putem na bazi poznate geometrije sistema kalemova strujne vage.
- m i g sa veoma visokom tačnošću.
- Konstanta magnetne propustljivosti μ_0 je određena sa apsolutnom tačnošću.
- Pomoću strujne vage ostvaruje se relativna nesigurnost od 3×10^{-6}

Jedinice mjerenja električne otpornosti - Oma

- Om je prvi put je materijalizovan 1864 godine (Maxwell) kao otpornost žice čija je vrijednost određena na bazi mehaničkog sistema jedinica. Zbog problema kao što su temperaturna i mehanička nestabilnost, tražena su rješenja koja bi omogućila reprodukciju ove mjerne jedinice nezavisno u različitim laboratorijama. Tako je došlo do realizacije otpornosti živinog stuba tačno određenih dimenzija pri datoj temperaturi.
- U međuvremenu, došlo se do rješenja da se jedinica električne otpornosti materijalizuje iz osnovnih jedinica, čija se vrijednost utvrđuje preko dimenzija kalemova određene induktivnosti ili međuinuktivnosti.
- Primjenom mjernih kola kao što je Campbell-ov most, **om** je određen preko računске induktivnosti L i jedinice vremena (sekunde). Relativna nesigurnost bila je reda $2 \cdot 10^{-6}$.
- Jedinica Om se može još tačnije odrediti pomoću računskog etalona kapaciteta, na bazi primjene Lampardove teoreme.
- Lampard i Thompson predlažu pogodan oblik etalona kapaciteta poznatiji kao **Thompson-Lampard-ov računski etalon kapaciteta**.

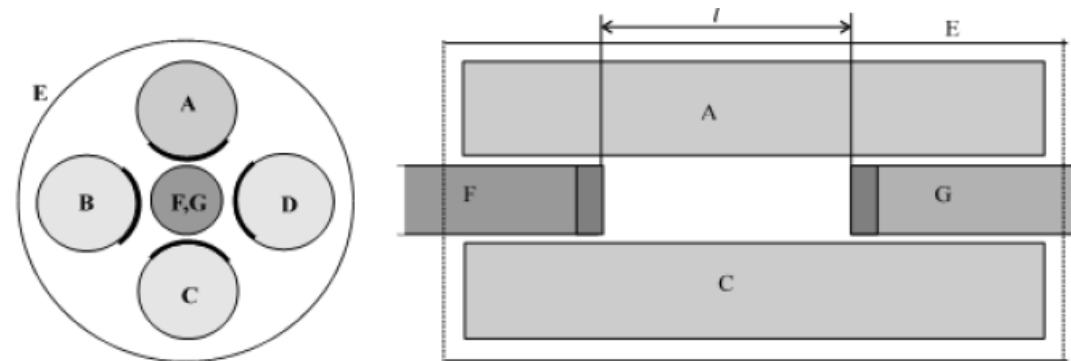
Thompson-Lampard-ov računski etalon kapaciteta

- Etalon se sastoji od četiri jednaka provodnika obelježena sa A, B, C i D smještena simetrično unutar uzemljenog metalnog oklopa. Simetričan raspored obezbjeđuje da provodnici budu na međusobno jednakom i relativno malom rastojanju.
- Za kapacitivnost između suprotnih elektroda od značaja je samo onaj deo njihove površine koji je prikazan podebljanom linijom.
- Tačne vrijednosti kapacitivnosti u vakuumu dobija se pomoću relacije:

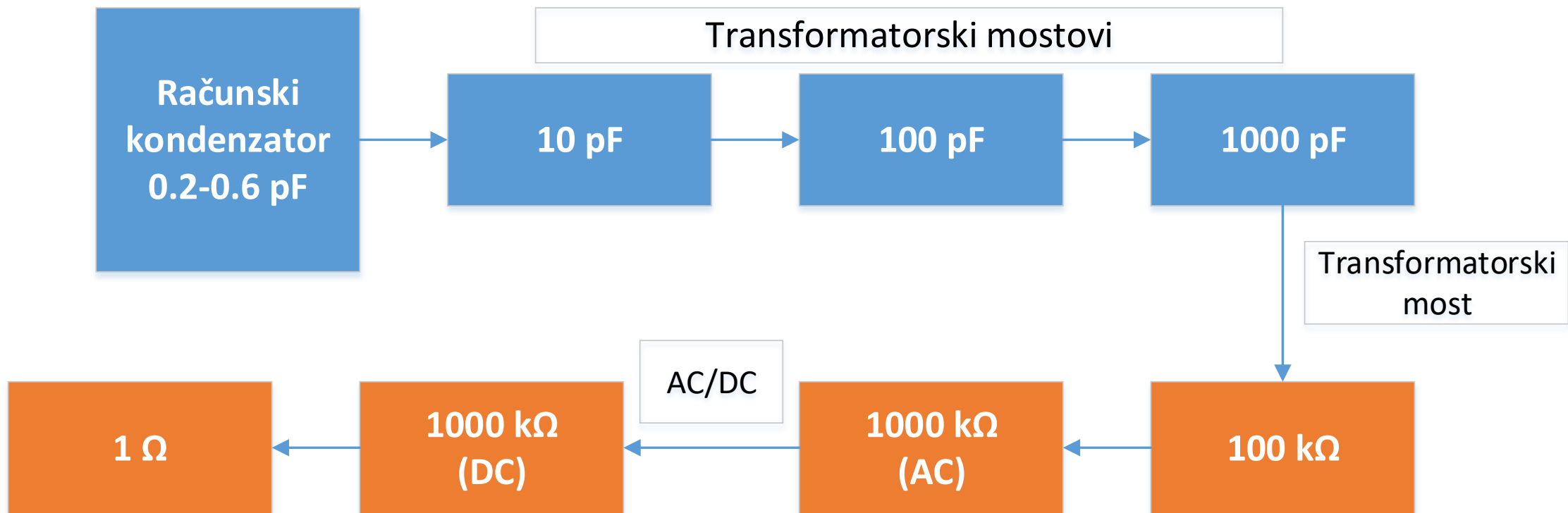
$$C_{AC} = C_{BD} = C \quad C = \frac{\ln 2}{\pi \mu_0 \epsilon_0^2} \ell$$

gdje je c_0 brzina elektromagnetnih talasa u vakuumu, a l je dužina elektroda kondenzatora koja se treba precizno mjeriti. Pri tome se dužina može kontinualno mijenjati promenom položaja središnjih metalnih elektroda (F i G).

- Podužni kapacitet Thompson-Lampard-ovog kondenzatora u vakuumu iznosi : $c=1,953549\dots \text{ pFm}^{-1}$

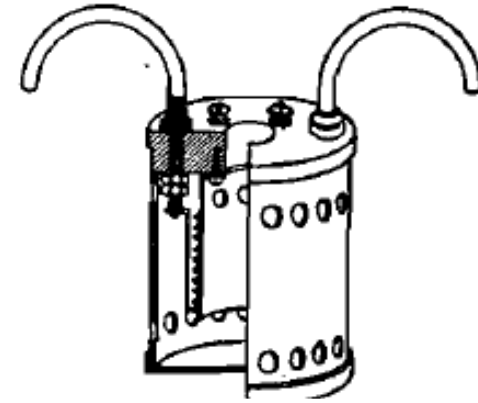


- Prelaz sa kapacitivnosti na standard otpornosti ostvaruje se pomoću preciznih transformatorskih mostova.
- Prvo se vrijednost kapacitivnosti računskog kondenzatora (0.2-0.6 pF) povećava postupno do 1000 pF, koje se specijalnim metodama posredstvom stabilne frekvencije mogu tačno odrediti.
- Ovako dobijena vrijednost otpornosti pri naizmjeničnoj struji (1000Ω AC) prenosi se na vrijednost otpornosti pri jednosmernoj struji računskim putem (1000 Ω DC), a zatim na vrijednost materijalizovane jedinice otpornosti od 1Ω.



Etaloni otpora

- Za veoma tačna laboratorijska mjerenja upotrebljavaju se etalonski otpornici, koji se najčešće izrađuju u iznosima između $10^{-5} \Omega$ do $10^5 \Omega$ (sa korakom 10).
- U zavisnosti od otpora etaloni se izrađuju od manganskog lima (sa manje od 0.1Ω) i manganske žice.
- Jedna od izvedbi je prikazana na slici. Namotana je manganska žica oko izolacionog tijela koje je učvršćeno na poklopac od izolacionog materijala.
- Zaštitna metalna kutija ima otvore za bolje hlađenje. Otpornik se smije opteretiti sa najviše 1W (na vazduhu). Temperatura otpornika mjeri se termometrom.



Granice grešaka etalonskih otpornika iznose oko $\pm 0,01\%$, a kod nekih izvedbi čak $\pm 0,001\%$.

Relativne godišnje promjene otpora etalonskih otpornika koji se čuvaju u metrološkim ustanovama ne prelaze 10^{-6}

Etaloni napona: Vestonov etalonski element

- Prihvaćen je 1908.godine kao internacionalni etalon napona
- Unutrašnji otpor Vestonovog elementa je od 300 – 1000 Ω , te se pri opterećenju strujom od 10^{-9} A dobija pad napona od 0.3-1 μV
- Stoga se na stezaljkama mogu dobiti naponi u skladu sa tabelom samo ukoliko element nije ni malo opterećen
- Zavosnost napona od temperature može se opisati kao:

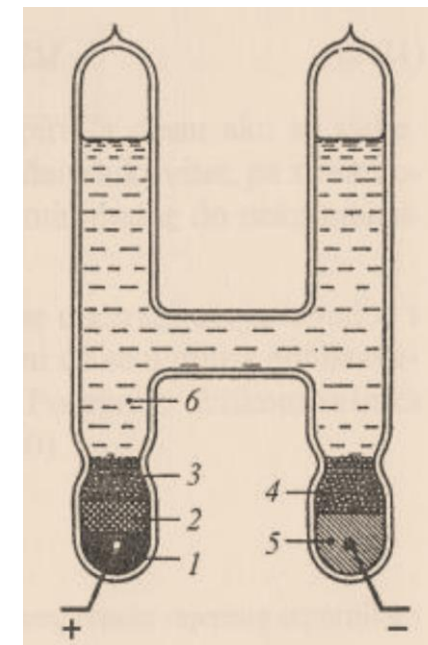
$$E(T) = E_{20^\circ\text{C}} + k_1 (T - 20^\circ\text{C}) + k_2 (T - 20^\circ\text{C})^2 + k_3 (T - 20^\circ\text{C})^3$$

$E(20^\circ\text{C}) = 1,01865 \text{ V}$ iz Tabele

$k_1 = -40,6 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$, $k_2 = -0,95 \mu\text{V}/^\circ\text{C}^2$, $k_3 = 0,01 \mu\text{V}/^\circ\text{C}^3$.

Napon Westonova elementa u zavisnosti od temperature

Temp. °C	Napon V	Temp. °C	Napon V	Temp. °C	Napon V
10	1,018951	16	1,018797	21	1,018608
12	1,018909	17	1,018763	22	1,018565
13	1,018884	18	1,018727	23	1,018520
14	1,018857	19	1,018690	24	1,018473
15	1,018828	20	1,018650	25	1,018424



- 1 - pozitivna elektroda od čiste žive;
- 2 - sloj živinog sulfata Hg_2SO_4 ;
- 3 i 4. – sloj kristala kadmijumovog sulfata CdSO_4 ;
- 5 - negativna elektroda od kadmijumovog amalgama CdHg ;
- 6 - zasićen rastvor kadmijumovog sulfata CdSO_4 .

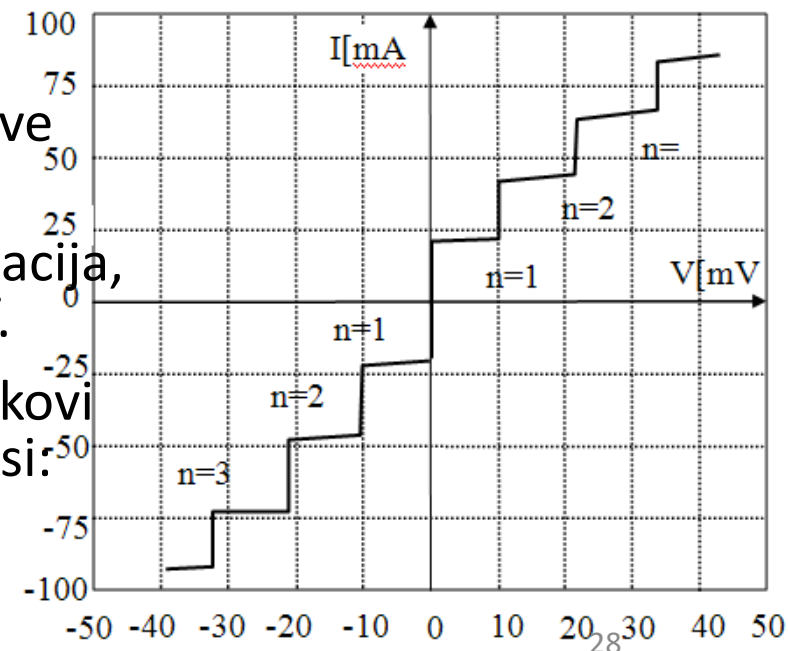
Etaloni napona: Josephsonov efekat

- Josephson je pokazao da između dva superprovodnika odvojena tankim slojem dielektrika (oko 1nm), koji su pod naponom V , protiče naizmenična struja usamljenih elektrona i elektronskih parova frekvencije f .
- Dakle, napon elektronskog para može se definisati kao:

$$U = \frac{dW}{dq} = \frac{h}{2e} f = kf$$

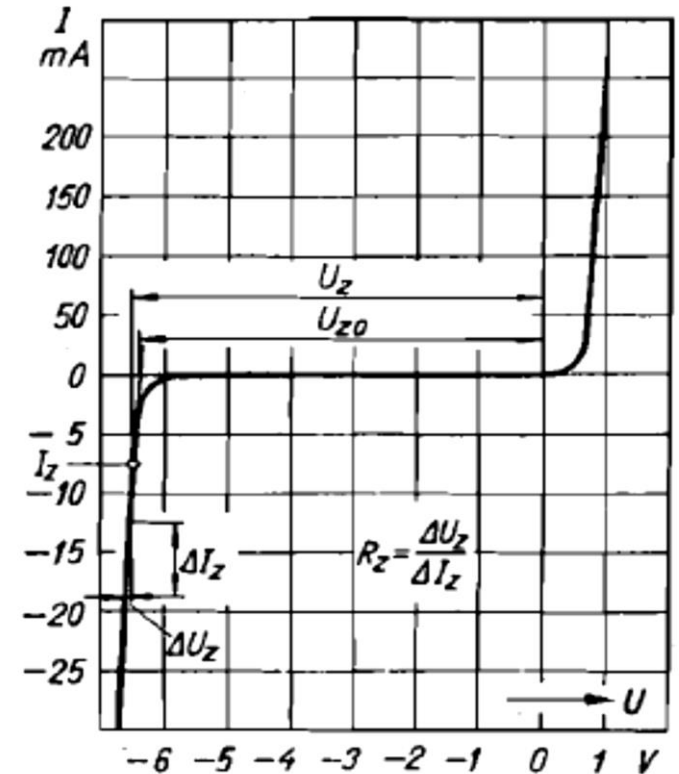
- odnosno pad napona na Josephsonovom spoju zavisi od h - Plankove konstanta, e - naelektrisanje elektrona, dok je $k=2,068\mu\text{V}/\text{GHz}$.
- Spoj dva superprovodnika između kojih je tanka nanometarska izolacija, se izlaže visokofrekventnom elektromagnetnom polju frekvencije f .
- Na taj način dobija se stepeničasta U - I karakteristika, odnosno skokovi struje izazivaju skokove napone, tako da napon n -te stepenice iznosi:

$$U = n \frac{h}{2e} f$$

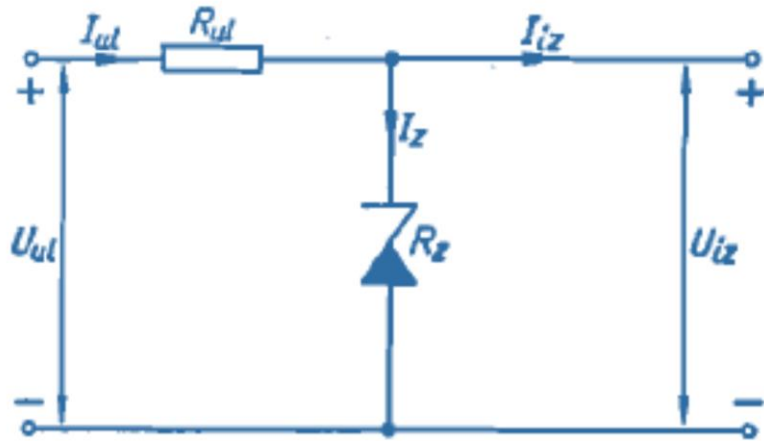


Etaloni napona sa Zenerovim diodama

- Sve šira primjena etalona napona sa Zenerovim diodama, narotito ondje gdje je takav izvor napona opterećen i gdje je pogonska temperatura iznad 40°C.
- Zenerove diode su poluvodičke diode, koje se u propusnom području ponašaju kao i obične diode, međutim u nepropusnom području struja u određenom trenutku za tačno određenu vrijednost napona (Zenerov napon) naglo raste. Zenerov napon može da iznosi od 1V do nekoliko desetina volti.
- Strmina karakteristike u Zenerovom području predstavlja dinamička otpornost R_z (od 0.5Ω do 150Ω)



$$R_z = \frac{\Delta U_z}{\Delta I_z}$$



$$U_{ul} = I_{ul}R_{ul} + U_{iz} = (I_{iz} + I_z)R_{ul} + U_{iz}$$

$$U_{iz} = I_zR_z + U_{zo}$$

$$U_{ul} = U_{iz} \left(1 + \frac{R_{ul}}{R_z} \right) - U_{zo} \frac{R_{ul}}{R_z} + I_{iz}R_{ul}$$

Kako bi izlazni napon bio konstantan, potrebno je da faktor stabilizacije S bude što veći:

$$S = \frac{dU_{ul}}{U_{ul}} : \frac{dU_{iz}}{U_{iz}} = \frac{dU_{ul}}{dU_{iz}} \cdot \frac{U_{iz}}{U_{ul}}$$

S - odnos relativne promjene ulaznog napona U_{ul} i relativne promjene izlaznog napona U_{iz}

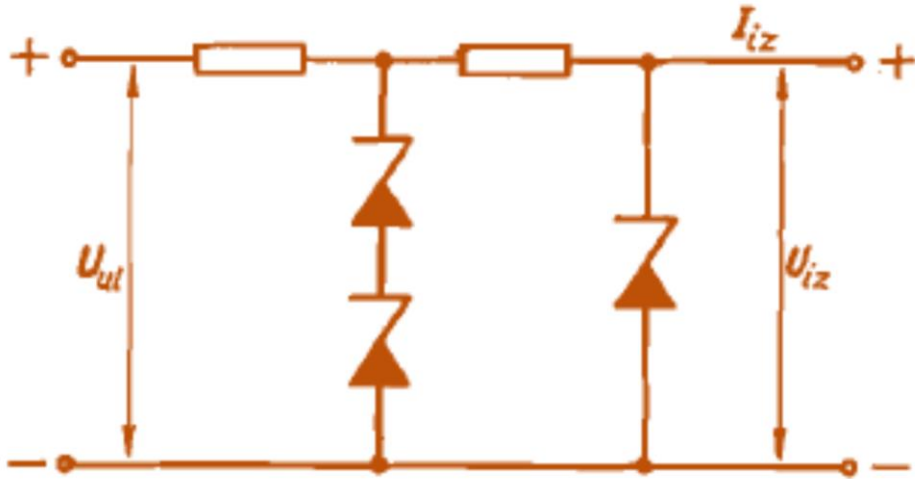
odnosno relativnim promjenama ulaznog napona odgovaraju što manje relativne promjene izlaznog napona. Pretpostavljajući da je I_{iz} konstantna kao i U_{zo} , imamo da je:

$$\frac{dU_{ul}}{dU_{iz}} = 1 + \frac{R_{ul}}{R_z}$$

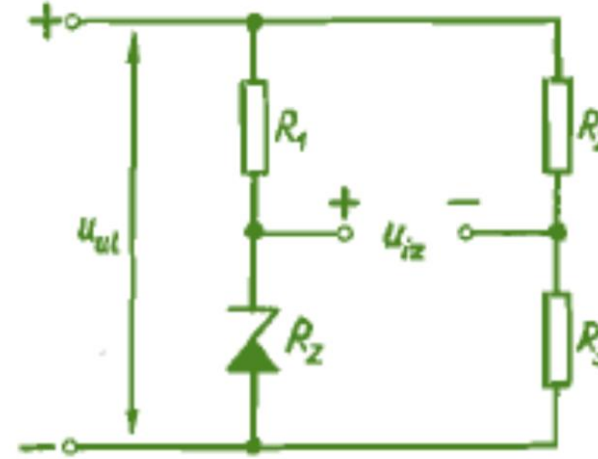
$$S = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} \left(1 + \frac{R_{ul}}{R_z} \right) = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} \left(1 + \frac{U_{ul} - U_{iz}}{R_z(I_{iz} + I_z)} \right)$$

$$S_{max} = \frac{U_{iz}}{I_{ul}R_z} \text{ za } U_{ul} \rightarrow \infty,$$

Kaskadni spoj stabilizatora napona sa Z. diodom



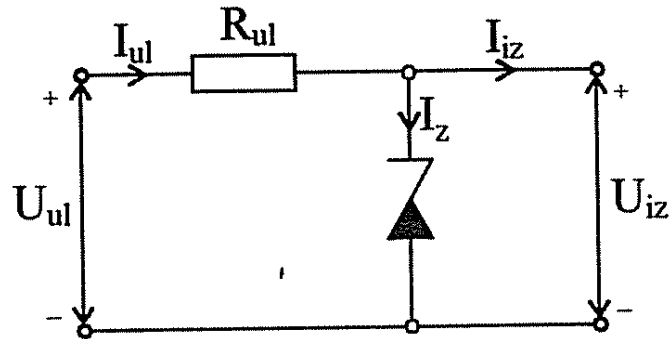
Mostni spoj stabilizatora napona sa Z. diodom



- Sa jednim spojem može se ostvariti maksimalni faktor stabilizacije koji je jednak 100: promjeni ulaznog napona od 10% odgovara promjena izlaznog napona od 0,1%.
- Za veće vrijednosti faktora stabilizacije, koristi se kaskadna veza ovih spojeva kao što je prikazano na slici.
- Ukupni faktor stabilizacije se računa množenjem faktora stabilizacije svakog pojedinačnog stepena: $S=S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_N$
- Kaskadni spoj zahtijeva znatno veći ulazni napon od izlaznog napona, pa se umjesto toga mogu koristiti mostni spojevi uz: $R_2/R_1=R_3/R_2$

Zadatak 2.3. Koliko iznosi faktor stabilizacije stabilizatora napona sa Zenerovom diodom prema slici, ako su $R_z=10 \Omega$; $I_z=3 \text{ mA}$; $I_{iz}=3 \text{ mA}$; $U_{zo}=6 \text{ V}$ i $U_{ul}=12 \text{ V}$?

Rješenje:



Uz oznake na slici slijedi:

$$U_{ul} = (I_{iz} + I_z)R_{ul} + U_{iz}$$

$$U_{iz} = U_{zo} + I_z R_z$$

$$U_{iz} = 6,03 \text{ V}$$

Iz gornjih izraza eliminisanjem struje I_z slijedi:

$$U_{ul} = U_{iz} \left(1 + \frac{R_{ul}}{R_z}\right) - U_{zo} \frac{R_{ul}}{R_z} + I_{iz} R_{ul}$$

Uz pretpostavku konstantne izlazne struje I_{iz} i konstantnog napona U_{zo} dobijamo:

$$\frac{dU_{ul}}{dU_{iz}} = 1 + \frac{R_{ul}}{R_z}$$

$$S = \frac{dU_{ul}}{U_{ul}} \cdot \frac{dU_{iz}}{U_{iz}} = \frac{dU_{ul}}{dU_{iz}} \cdot \frac{U_{iz}}{U_{ul}}$$